Versuchprotokoll A07 - Maxwell-Rad

4. GRUNDLAGEN, FRAGEN

1. Welchen Zusammenhang gibt es hier zwischen der Winkelgeschwindigkeit ω des Rades und der Translationsgeschwindigkeit v seines Schwerpunktes?

$$v = \sqrt{\omega^2\ r^2}$$

2. Wie groß ist das Drehmoment D, das auf das Maxwellsche Rad wirkt?

$$D = r \times M g$$

Welche Größen müssen Sie messen, um das Drehmoment berechnen zu können?
Den Durchmesser der Achse und die Masse des Rades.

3. Für Kreisscheiben (Zylinder), wie sie hier im Versuch auch als Maxwellsches Rad benutzt werden, lässt sich das Trägheitsmoment I_S bzgl. der Rotationssymmetrieachse S direkt angeben:

$$I_S = \frac{1}{2} M R^2 \qquad M = 2\pi R\, d\, \rho \qquad I_S = \pi\, d\, \rho\, R^3$$

R: äußerer Radius d: Dicke der Scheibe m: Masse ρ: Dichte

4. In dem Versuch dreht sich (leider) das Rad nicht um seine Symmetrieachse S, sondern um die dazu parallel versetzte Achse durch A (s. Abb. 2). Wie groß ist das Trägheitsmoment I_A, wenn man I_S kennt?

$$I_A = I_S + M r^2$$

Welche Größen muss man messen, um I_A zu berechnen?
Die Masse des Rades und den Durchmesser der Achse.

5. Welcher Zusammenhang besteht bei jeder Drehbewegung zwischen Drehmoment D und Winkelbeschleunigung α?

$$D = I\,\alpha$$

Auf welche Drehachse ist in dieser Beziehung das Trägheitsmoment bezogen?
Auf die Drehachse des Trägheitstensors

7. Vorher, zuhause:
- Leiten Sie Gl. 7 aus dem Energiesatz ab.

Energiesatz : $E = T + V$

Gleichung 7 : $\ddot{s} = \dfrac{g}{1 + \frac{R^2}{2 r^2}}$

Am Ende der Fallstrecke ist $E_{kin} = E_{Pot} = M h g$

$$E_{kin} = E_{trans} + E_{rot}$$

$$E_{trans} = \frac{1}{2} M r^2 \omega^2 = M g h \frac{2 r^2}{R^2 + 2 r^2}$$

$$E_{rot} = \frac{1}{2} I \omega^2 = M g h \frac{R^2}{R^2 + 2 r^2}$$

- Wie könnten Sie den Energieverlust des Systems durch Reibung experimentell bestimmen?
Indem man den Höhenunterschied zwischen zwei Maximalhöhen mißt. Man muß dabei darauf achten, daß das Rad exakt gerade fällt und wieder nach oben läuft. Sollte es unruhig laufen wird Energie in die Drehbewegung abgegeben.

- Diese Reibungsverluste gleicht man beim Jo-Jo dadurch aus, dass man es am unteren Umkehrpunkt nach oben zieht und um die gleiche Strecke beim Aufrollen wieder absenkt. Können Sie das erklären?
Dem System wird kinetische Energie zugeführt und die potentielle Energie wird abgesenkt.

5. MESSUNGEN MIT DER KREISSCHEIBE

1. Messen Sie jeder 2mal die beiden Zeiten für 3 verschiedene Fallstrecken $s < 10$ cm und 3 verschiedene Fallstrecken $s > 10$

Fallstrecke	1. Messung	2. Messung	3. Messung	4. Messung	Mittelwert	Zeiten
3,4 cm	0,883 s	0,884 s	0,886 s	0,886 s	0,885 s	Fall
	0,091 s	0,089 s	0,090 s	0,090 s	0,090 s	Durchlauf
7,3 cm	1,272 s	1,262 s	1,261 s	1,262 s	1,264 s	Fall
	0,063 s	0,062 s	0,063 s	0,062 s	0,063 s	Durchlauf
9,2 cm	1,442 s	1,439 s	1,440 s	1,437 s	1,440 s	Fall
	0,056 s	0,055 s	0,055 s	0,055 s	0,055 s	Durchlauf
14,0 cm	1,785 s	1,778 s	1,778 s	1,776 s	1,779 s	Fall
	0,043 s	0,044 s	0,044 s	0,044 s	0,044 s	Durchlauf
16,1 cm	1,914 s	1,920 s	1,908 s	1,910 s	1,913 s	Fall
	0,041 s	0,040 s	0,041 s	0,040 s	0,041 s	Durchlauf
18,9 cm	2,069 s	2,070 s	2,065 s	2,062 s	2,067 s	Fall
	0,038 s	0,038 s	0,038 s	0,038 s	0,038 s	Durchlauf

Messungenauigkeiten: Zeiten: +- 0,0005 s Strecken: +- 1 mm

2. Wiegen Sie das Rad (Waage in Raum D123 unten), messen Sie seinen Radius R und seine Dicke d an mehreren Stellen. Messen Sie auch den Achsendurchmesser, Achsenlänge und Fadendicke. Notieren Sie bitte auch die Nummer Ihrer Kreisscheibe.

Gewicht: 439,70 +- 0,01 g

Wert	Radius	Dicke
Messungenauigkeit	0,05	0,01
Werte	110,05	6,21
	110,00	6,12
	110,05	6,19
	110,00	6,2
	109,95	6,1
Mittelwert	110,01	6,16
Abweichung	0,01	0,002

in mm

Achsendurchmesser: 6 +- 0,01 mm

Achsenlänge: 159,9 +- 0,05 mm

Fadendicke: 1,1 +- 0,1 mm längs, quer 0,5 +- 0,1 mm => 0,8 mm

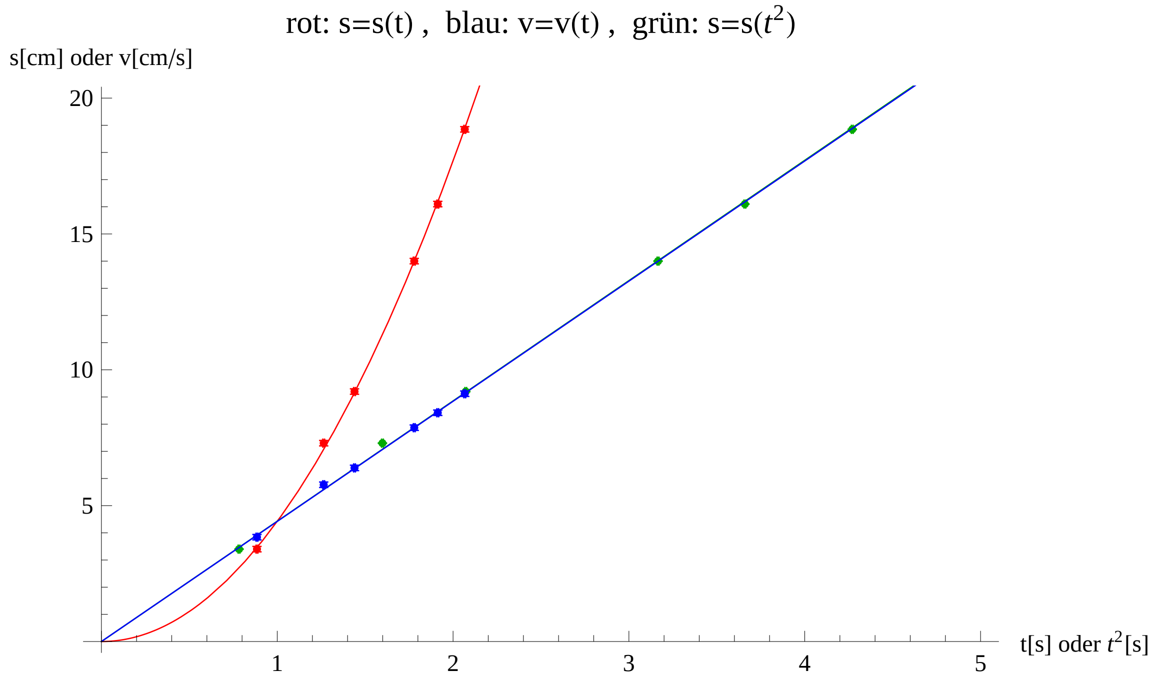
3. Bestimmen Sie den effektiven Abrollradius r, indem Sie den Höhenunterschied Δs für 10 Umdrehungen messen:

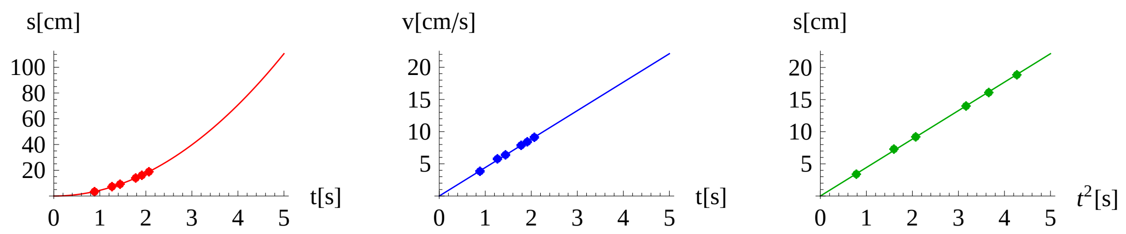
213 +- 1 mm

$$\frac{213 \pm 1\,\text{mm}}{10 \cdot 2\pi} \approx 3,39 \pm 0,01\,\text{mm}$$

6. AUSWERTUNG

1. Tragen Sie graphisch auf:





2. Legen Sie eine Ausgleichsgerade durch s=s(t²) und tragen Sie auch die Fehlerbalken mit ein. Wie groß ist der Fehler für a?

Die Formel für a = 2 s / t² daraus folgt Fehler(a) = 0,001 + 2 * 0,0005 = 0,002 m/s²

a= 2 (0,189 +- 0,001 m) /(2,067 +- 0,0005 s)² = 0,088 +- 0,002 m/s²

3. Berechnen Sie nach Gl. 7 die Beschleunigung a mit den gemessenen Werten für r und R. Wie gut stimmt dieser Wert mit dem Ergebnis aus 6.2 überein?

$$\frac{9{,}81}{1+\frac{\left(\frac{110}{2}\right)^2}{2\left(\frac{6}{2}\right)^2}} \pm 2\cdot 0{,}00005 + 2\cdot 0{,}00001\left[\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right] = 0{,}058 \pm 0{,}0001\left[\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right]$$

Ungefähr 34 % Abweichung von 5,8 cm/s² zu 8,8 cm/s². Das ist sehr viel.

4. Benutzen Sie die experimentell ermittelte Beschleunigung a aus 2. um den effektiven Radius zu bestimmen. Aus Gl. 7 folgt

$$r_{eff}^2 = \frac{a\, I_s}{g\, m}\left(1+\frac{a}{g}\right) \qquad r_{eff} = \sqrt{\frac{a\, R^2}{2\, g}\left(1+\frac{a}{g}\right)} = \sqrt{\frac{a\, R^2\,(g+a)}{2\, g^2}}$$

$$\sqrt{\frac{0{,}088 \pm 0{,}002\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\; 0{,}055^2 \pm 0{,}001\,\mathrm{m}^2\left(9{,}81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} + 0{,}088 \pm 0{,}002\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right)}{2\cdot 9{,}81^2\,\frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}^4}}} = 0{,}0037 \pm 0{,}005\,\mathrm{m}$$

Um wie viel Prozent der Fadendicke liegt er neben der Fadenmitte?

Die Fadendicke ist 0,5 mm. Der Faden liegt also bei ca. r = 3,5 mm. ca 5,4 %.

5. Schätzen Sie das Verhältnis des Trägheitsmomentes der dünnen Achse zum Trägheitsmoment der Schwungscheibe ab:

$I_A/I_S = mr^2/(MR^2) = m/M * r^2/R^2$

Kann man das Trägheitsmoment der Achse vernachlässigen?

$3^2/55^2$ ungefähr 0,003, wären die Massen im Verhältnis 1 zu 10, so liegt das Trägheitsmoment bei 10.000stel und kann vernachlässigt werden.

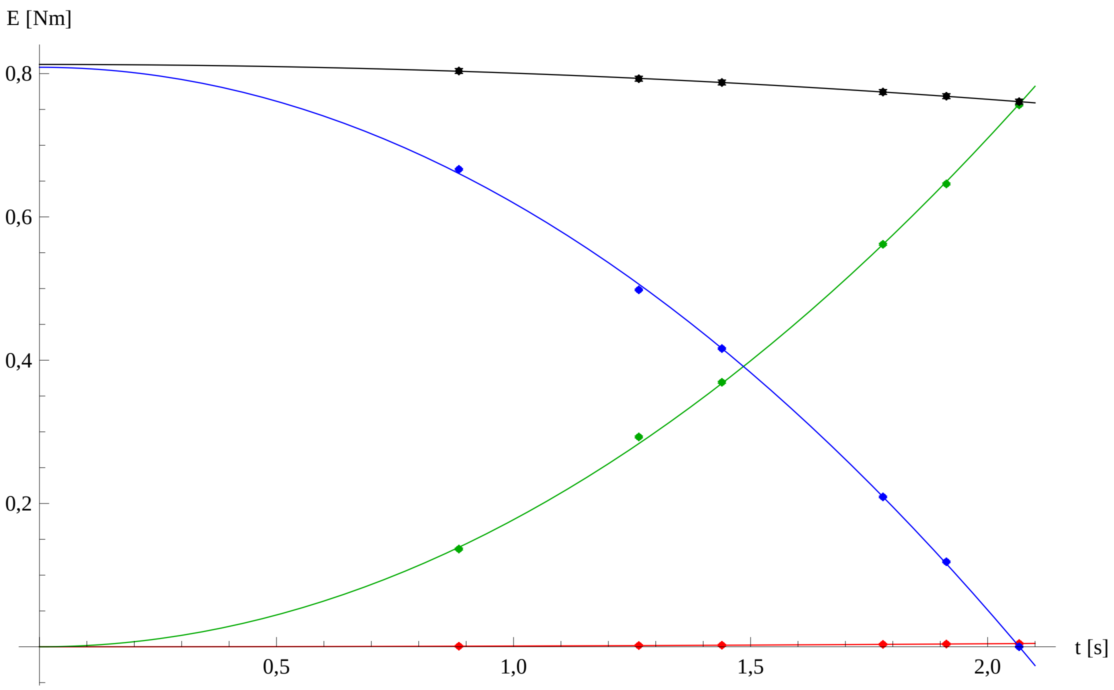
Gilt das auch für die Masse der Achse?

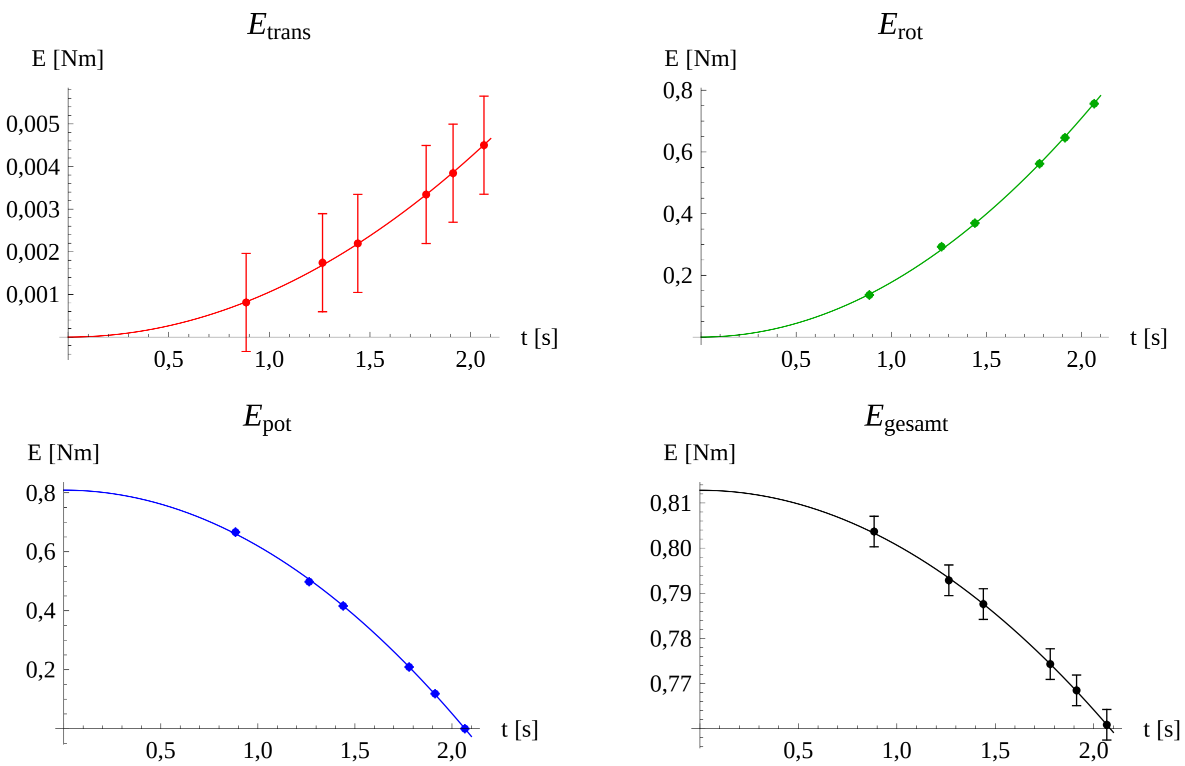
M_1 / M_2=V_1 / V_2 bei gleicher Dichte.

(159,9 +- 0,05 mm - 6,16 mm) 6 +- 0,01 mm / (110,01 +- 0,01 mm * 6,16 mm) = 922 / 677 =1,36 +- 0,07

Die Masse kann nicht vernachlässigt werden.

6. Stellen Sie graphisch E_{Pot}, E_{Rot} und E_{Gesamt} als Funktion der Zeit dar. Ergebnis?





Das die Gesamtenergie fällt, ist auffällig. Ich nehme an, dies liegt an der Reibung.

7. MESSUNGEN MIT EINEM ZWEITEN RAD

Wiederholen Sie die Messungen nach 5.1 für ein zweites Rad.

Fallstrecke	1. Messung	2. Messung	3. Messung	4. Messung	Mittelwert	Zeiten	a
4,9 cm	1,025 s	1,024 s	1,027 s	1,025 s	1,025 s	Fall	9,32 cm/s²
	0,071 s	0,071 s	0,072 s	0,071 s	0,071 s	Durchlauf	
6,8 cm	1,206 s	1,194 s	1,194 s	1,197 s	1,198 s	Fall	9,48 cm/s²
	0,061 s	0,061 s	0,060 s	0,060 s	0,061 s	Durchlauf	
8,8 cm	1,373 s	1,361 s	1,361 s	1,357 s	1,363 s	Fall	9,47 cm/s²
	0,053 s	0,053 s	0,053 s	0,053 s	0,053 s	Durchlauf	
13,1 cm	1,661 s	1,663 s	1,659 s	1,664 s	1,662 s	Fall	9,49 cm/s²
	0,043 s	0,043 s	0,043 s	0,042 s	0,043 s	Durchlauf	
15,0 cm	1,792 s	1,793 s	1,787 s	1,787 s	1,790 s	Fall	9,37 cm/s²
	0,040 s	0,040 s	0,040 s	0,040 s	0,040 s	Durchlauf	
19,6 cm	2,050 s	2,040 s	2,045 s	2,039 s	2,044 s	Fall	9,39 cm/s²
	0,035 s	0,035 s	0,035 s	0,035 s	0,035 s	Durchlauf	
							9,42 cm/s²

Fehler: cm => 0,1 cm   s=> 0,0005 s => Mittelwert= 0,0001 s   a=> 0,10002 cm/s²

Diesmal brauchen Sie nur das Rad zu wiegen und den Achsendurchmesser zu messen.

Gewicht: 252,15 +- 0,01 g

Achsendurchmesser: 6,46 +- 0,01 mm

8. AUSWERTUNG

Bestimmen Sie das Trägheitsmoment dieses Rades.

$$D = I\dot{\omega} = m\,r\,g \wedge \dot{\omega} = \frac{\dot{v}}{r} = \frac{a}{r} \Rightarrow I = \frac{m\,r\,g}{\dot{\omega}} = \frac{m\,r^2\,g}{a}$$

$$\frac{0{,}25215 \pm 0{,}00001[\mathrm{kg}] \cdot 0{,}00646^2 \pm 0{,}00001\left[\mathrm{m}^2\right] \cdot 9{,}81\left[\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right]}{0{,}0942 \pm 0{,}001\left[\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right]} \approx 0{,}001 \pm 0{,}001\left[\mathrm{kg}\,\mathrm{m}^2\right] = I$$